

MATHEMATIQUES

Option B/L

Benoit GUGGER

L'épreuve de cette année comportait deux problèmes indépendants.

Le premier problème étudiait une série divergente et permettait d'obtenir un équivalent de la suite de ses sommes partielles ainsi que la partie entière d'un terme de cette suite.

Le second problème concernait un ensemble de matrices et l'étude de probabilités attachées aux valeurs propres de ces matrices.

Le premier problème, assez technique, a posé des problèmes aux candidats peu rigoureux. Certains résultats fondamentaux (passage à la limite dans des inégalités, théorèmes usuels) sont mal utilisés par les candidats peu scrupuleux.

Les meilleurs ont fait la différence sur ces questions. Tout résultat peu ou mal justifié (voire parfois fantaisiste) a été sanctionné. Les théorèmes fondamentaux doivent être écrits avec leurs hypothèses.

Le second problème, plus théorique, a posé des soucis aux candidats qui ont survolé le programme d'algèbre ou/et de probabilités. Des confusions grossières (diagonalisabilité et inversion pour des matrices, événements et probabilités,...) ont parfois été faites.

La dernière partie de ce problème n'a été abordée que par les très bons candidats.

Voici le détail pour chaque problème :

Problème 1

Beaucoup d'erreurs sur la notion de limite, l'utilisation des quantificateurs, le passage à la limite dans les inégalités.

Partie I

1. Réponses souvent correctes sur la divergence de la série mais moins sur la limite de S_n .
2. De grosses erreurs, en particulier utilisation du binôme de Newton!
3. Bien pour ceux qui ont répondu à la question précédente.

Partie II

4. Théorème de comparaison connu mais trop de candidats oublient de préciser que les séries sont à termes positifs.
5. Bien quand les notions de limite ou d'équivalent sont connues, sinon réponses fantaisistes.
6. Bien dans la plupart des copies par addition.
7. Bien pour les bons candidats qui connaissent la notion de limite, pour les autres on additionne les équivalents.
8. De bonnes réponses mais pour beaucoup, il suffit de remplacer N par 1 dans la question 7. On trouve aussi que les premiers termes ne sont pas déterminants pour la série ..
9. Résultat peu ou mal justifié

Partie III

10. De bonnes et mauvaises surprises sur le théorème des accroissements finis. De toutes façons oublié de préciser les hypothèses de ce théorème !
11. Plusieurs candidats reviennent à l'étude de la fonction définie par $+$.

12. Calculs corrects, mais il manque encore bien souvent des explications.
13. Bien
14. Peu de candidats connaissent la méthode
15. Résultat obtenu mais pas toujours de façon honnête.
16. Assez bien pour ceux qui ont traité cette question

Problème 2

Partie I

17. Bien dans l'ensemble mais oublié de préciser que E_1 est non nul.
18. Beaucoup pensent au théorème du rang mais ont bien du mal à montrer que l'intersection de $\text{Ker}(J)$ et $\text{Im}(J)$ est réduite au vecteur nul. D'autres partent sur un raisonnement analyse synthèse mais peu aboutissent...
19. La valeur propre 0 est bien trouvée, pour l'autre c'est plus difficile ! confusions entre inversible et diagonalisable ! Bases fantaisistes.
20. Correct dans la plupart des copies.
21. Les réels $a-b$ et $a+(n-1)b$ après bien du bricolage sur la matrice $M-\lambda I$ sont valeurs propres de M mais beaucoup de candidats oublient de montrer que ce sont les seules.
Peu d'entre eux savent répondre que M est diagonalisable.

Partie II

22. Trop peu de candidats pensent à utiliser la somme de deux var.
23. Traité correctement dans une copie. Que de confusions entre événement et probabilité !
24. Calcul correct lorsqu'il est fait ! dans ce cas les candidats évitent le piège de la covariance nulle donc les var. sont indépendantes.

Partie III

25. Bien pour ceux qui ont traité la question.
26. a) Le résultat sur la densité n'est pas toujours connu !
 - b) Intégration par parties sur \mathbb{R} et oubli des conditions de l'intégration par parties.
 - c) Dérivée nulle trouvée mais l'expression de f_U n'a pas toujours été donnée
28. Peu traitée et oubli de $\alpha > 0$
31. AB
- 32, 33, 34 Très peu abordées, bien dans les très bonnes copies.

Le sujet faisait appel à des connaissances approfondies sur une grosse partie du programme. Quelques candidats ont montré leur grande capacité d'analyse et de synthèse et ont obtenu la note maximale. Ce sujet a permis de jouer pleinement son rôle : valoriser les candidats ayant de bonnes capacités mathématiques tout en respectant les candidats sérieux ayant une bonne connaissance du cours. De grands écarts dans les notes ont facilité le classement des candidats. La moyenne de l'épreuve avoisine la note de 10, pour un écart-type de 4,6.

Voici la répartition des notes:

